Einführung in die Programmiertechnik

Unterprogramme

Unterprogramme

- Zerlegung eines Algorithmus in kleinere Teile
  - Zur Verbesserung der Lesbarkeit
  - Zur mehrfachen Verwendung im gleichen Programm (Vermeidung von Codedopplungen)
  - Zur Wiederverwendung in anderen Programmen (Bibliothek)
- Python: Funktionsdefinitionen

  def *funktionsname*(*parameter*):

      funktionskörper
- Variablen, die innerhalb der Funktion belegt werden, sind nur bis zum Ende der Funktion gültig
  - Lokale Variablen
- Sollen Variablen den Wert auch außerhalb der Funktion behalten, so müssen sie mit global deklariert werden

  global zahl_der_streichhoelzer
  - Deklaration optional, falls globale Variable nur gelesen wird

Unterprogramme: Ein Beispiel

```
import sys
def Sterne(k):
  for i in range(k):
      sys.stdout.write(‘*‘)

for zeile in range(5):
  Sterne(zeile)
  sys.stdout.write(‘\n‘)
```

Prozedurale Abstraktion

- Zerlegung des Programms in Teilschritte mithilfe von Prozeduren: prozedurale Abstraktion
  - Unterprogramme, die „wie Anweisungen“ verwendet werden
  - Prozeduren liefern kein Ergebnis

```
# Zeichne einen Weihnachtsbaum
import sys
def Sterne(zeichen, anzahl):
    "Sterne(zeichen, anzahl) gibt anzahl zeichen auf sys.stdout"
    for i in range(anzahl):
        sys.stdout.write(zeichen)

# Zeichne zuerst die Krone
H = 5
for zeile in range(H):
    Sterne(" ",  H - zeile - 1)
    Sterne("*", 2*zeile+1)
    sys.stdout.write("\n")
# jetzt noch der Stamm
for zeile in range(3):
    Sterne(" ", H - 1)
    sys.stdout.write("*\n")
```

Funktionale Abstraktion

- Funktionen: Unterprogramme, die Werte liefern
  - Verwendbar als Ausdrücke
  - i.d.R. keine Seiteneffekte
- Python: return-Anweisung bestimmt Funktionsergebnis
  - Konvention: möglichst nur eine return-Anweisung am Ende der Funktion

```
def ggT(x, y):
  while x<>0 and y<>0:
    if x > y:
      x = x%y
    else:
      y = y%x
  return x+y
```

Top-Down-Entwurf

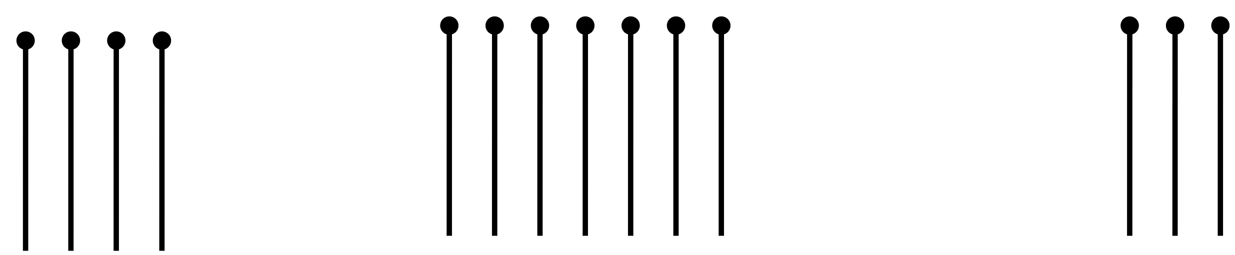
- Annahme: Spezifikation gegeben
  - Ansonsten: Zunächst Problemanalyse
- Beginn der Entwicklung: Programmgerüst
  - Verlagerung von Teilfunktionen in leere Unterprogramme
    - Prozedurrümpfe (*stubs*): abstrakte Operationen
  - Python: Leeranweisung „pass“

```
def anmelden(vorname, nachname):
    pass
```

- Schrittweises Ausfüllen des Gerüsts: Verfeinerung
  - iterativer Prozess: in jedem Schritt werden u.U. neue Prozedurrümpfe eingeführt

Top-Down-Entwurf: Ein Beispiel

- NIM-Spiel (*Nim Game*): Das Spiel beginnt mit drei Reihen von Streichhölzern. Zwei Spieler ziehen abwechselnd. Ein Zug besteht darin, eine Reihe auszuwählen und aus dieser Reihe beliebig viele – jedoch mindestens ein – Streichholz wegzunehmen. Wer das letzte Streichholz nimmt, gewinnt.
- Aufgabe: Gesucht ist ein Programm, das dieses Spiel spielt



NIM-Spiel: Programmgerüst (v1)

```
init()
fertig = False
spieler = 1
while not fertig:
  zeige_spiel()
  mache_zug()
  if spiel_ende():
     fertig = True
  else:
     spielerwechsel()
gratuliere_dem_sieger()
```

NIM-Spiel: Programmgerüst (v2)

```
reihe1 = reihe2 = reihe3 = 0
def init():
   global reihe1, reihe2, reihe3
   reihe1, reihe2, reihe3 = 4, 7, 3
def zeige_spiel():
   pass
def mache_zug():
   pass
def spiel_ende():
   return True
def spieler_wechsel():
   pass
def gratuliere_dem_sieger():
   pass

# ... weiter wie auf letzter Folie
init()
...
```

Top-Down-Entwurf: Verfeinerung

- Aufgabenstellung unterspezifiziert; deshalb mehrere mögliche Verfeinerungen
  1. Vervollständigung der Routinen, so dass ein Demospiel vorführbar ist
  2. Einbau einer Strategie, um den bestmöglichen Zug zu ermitteln
  3. Erweiterung der Nutzerinteraktion
     - Initiale Abfrage der Streichholzzahlen
     - Integration des Nutzers als einer der Spieler
  4. graphische Ausgabe statt textueller

Top-Down-Entwurf: Vervollständigung zu Demo-Programm

```
def init():
    global reihe1, reihe2, reihe3, zugnummer
    reihe1, reihe2, reihe3 = 4, 7, 3
    zugnummer = 0

def zeige_spiel():
    "Ausgabe des Spielfelds auf die Standardausgabe"
    print "Zugnummer", zugnummer
    print "Reihe 1", reihe1
    print "Reihe 2", reihe2
    print "Reihe 3", reihe3

def spiel_ende():
    # Das Spiel ist fertig, wenn keine Streichhölzer mehr übrig sind
    return reihe1+reihe2+reihe3 == 0
```

```
def spieler_wechsel():
  global spieler
  # Aus Spieler 1 wird Spieler 2 und umgekehrt
  spieler = 3-spieler

def gratuliere_dem_sieger():
  # gewonnen hat, wer den letzten Zug gemacht hat;
  # dieser Wert ist noch in Variable spieler gespeichert
  print "Gewonnen hat der Spieler", spieler
  print "Herzlichen Glückwunsch"
```

NIM-Spiel: Der bestmögliche Zug

- Spieler sollte versuchen, dem Gegner ein Spielfeld vorzulegen, bei dem reihe1 **xor** reihe2 **xor** reihe3 = 0
  - nach gegnerischem Zug kann dann nicht mehr reihe1 **xor** reihe2 **xor** reihe3 = 0 gelten
  - Spieler kann nach eigenem Zug diesen Zustand immer wieder herstellen
  - nach letztem Zug gilt reihe1 **xor** reihe2 **xor** reihe3 = 0

```
def mache_zug():
  global zugnummer, reihe1, reihe2, reihe3
  zugnummer += 1
  if reihe1 > (reihe2 ^ reihe3):
      reihe1 = reihe2 ^ reihe3
  elif reihe2 > (reihe1 ^ reihe3):
      reihe2 = reihe1 ^ reihe3
  elif reihe3 > (reihe1 ^ reihe2):
      reihe3 = reihe1 ^ reihe2
  else:
      verlegenheitszug()
```

Datenfluss zwischen Haupt- und Unterprogramm

- Änderung von globalen Variablen: Seiteneffekt
  - Variablenänderung nicht in Funktionsergebnis sichtbar
  - Abhängigkeiten zwischen Prozeduren werden unüberschaubar
- Kapselung: Zahl der Prozeduren, die auf gemeinsame Variablen zugreifen, sollte klein sein
  - *information hiding*
  - im Beispiel: eine Prozedur

  ```
  def nimm_von_reihe(reihe, zahl):
      ...
  ```

  würde das eigentliche Wegnehmen von der Strategie trennen
  - Objektorientierte Programmierung: Kapselung von Werten in Objekten
    - im Beispiel: „Spielfeld“ als Klasse, mit Lese- und Schreiboperationen für die Reihen (Alternativ: „Spielstand“)

Rekursion

- Beschreibung einer mathematischen Funktion oft durch Fallunterscheidung; ein Fall bezieht sich wieder auf die Funktion
  - Beispiel: Fakultät fac(n) = n!

    fac(0) = 1

    fac(n) = n · fac(n-1), falls n > 0
- Ableitung einer Berechnungsvorschrift: sequentielles durchtesten der Fälle

```
def fac(n):
  if n == 0:
    return 1
  if n > 0:                # Test auf n>0 ist hier redundant
    return n * fac(n-1)
```

Verarbeitung der Rekursion

fac(4) = 4*fac(3) = 4 * 6

fac(3) = 3*fac(2) = 3* 2

fac(2) = 2*fac(1) = 2 * 1 = 2

fac(1) = 1*fac(0) = 1 * 1 = 1

fac(0) = 1

Formulierung von Rekursion

- Zerlegung des Problems in Teilprobleme:
  - ein Teilproblem ist „gleichartig“ dem Originalproblem
    - Beispiel: fac(n-1) ist „im Prinzip“ genauso wie fac(n)
    - Teilproblem muss „leichter“ lösbar sein als Originalproblem
  - anderes Teilproblem kombiniert die Lösung des ersten Teilproblems mit weiterem Rechenschritt zur Gesamtlösung:
    - Beispiel: fac(n) = **n***fac(n-1) (Multiplikation der Teillösung mit n)
- Rekursionsabbruch: „einfachstes“ Teilproblem wird nicht weiter zerlegt; Lösung wird „direkt“ bestimmt
- Teile-und-herrsche-Prinzip
  - Vereinfachung des Problems durch Zerlegung
  - engl.: divide-and-conquer
  - lat.: divide-et-impera
    - Historisch falsch: Teile werden nicht gegeneinander ausgespielt

Rekursive Prozeduren

- Umkehrung der Berechnungsreihenfolge durch Rekursion
- Beispiel: erzeuge Binärdarstellung einer Zahl
  - 1. Versuch: Ziffern werden in falscher Reihenfolge ausgegeben

```
while n > 0:
    print n%2,
    n /= 2
```

  - rekursive Lösung: gib zuerst die höherwertigen Bits aus, danach das letzte:

```
def writeBin(n):
    if (n < 2):
        print n,
    else:
        writeBin(n/2)
        print n%2,
```

Die Türme von Hanoi

- Auf einem Stapel liegen N Scheiben verschiedener Durchmesser; der Durchmesser nimmt von unten nach oben schrittweise ab.
- Der Turm steht auf einem Platz A und soll zu einem Platz C bewegt werden, wobei ein Platz B als Zwischenlager benutzt werden kann.
- Dabei müssen 2 Regeln eingehalten werden:
  - Es darf immer nur eine Scheibe bewegt werden
  - Es darf nie eine größere auf einer kleineren Scheibe liegen

Die Türme von Hanoi (2)

- Lösungsstrategie: induktive Lösung
  - Verschieben einer Scheibe: Scheibe von Platz 1 (z.B. A) auf Platz 2 (z.B. C)
  - Verschieben von K Scheiben: Verschiebe K-1 Scheiben von Platz 1 auf Hilfsplatz H (etwa: B), verschiebe K-te Scheibe von Platz 1 auf Platz 2, verschiebe K-1 Scheiben von H auf Platz 2
- Rekursive Sicht:
  - Angenommen, wir können bereits K-1 Scheiben verschieben, dann wissen wir auch, wie wir K Scheiben verschieben
  - Wir wissen, wie wir eine Scheibe verschieben (Rekursionsende)
  - Problem: Keine feste Zuordnung von symbolischen Plätzen (1, 2, H) zu tatsächlichen Plätzen (A, B, C)
    - Lösung: symbolische Plätze sind Variablen/Parameter, tatsächliche Plätze die Werte von dieser Variablen

Die Türme von Hanoi (3)

```
def ziehe_scheibe(nummer, von, nach):
  print "Scheibe", nummer, " wird von", von, "nach", nach, "verschoben"

def hanoi(N, platz1, hilfsplatz, platz2):
  if N == 1:
      ziehe_scheibe(N, platz1, platz2)
  else:
      hanoi(N-1, platz1, platz2, hilfsplatz)
      ziehe_scheibe(N, platz1, platz2)
      hanoi(N-1, hilfsplatz, platz1, platz2)

hanoi(4, "A", "B", "C")
```

Backtracking

- Weitere Verwendung rekursiver Prozeduren: Spielstrategien
  - Annahme: Spiel mit vollständiger Information (alle Konsequenzen eines Zugs sind vorhersehbar), z.B. Schach, Go, ...
- Idee: „In Gedanken“ wird das Spiel zuende gespielt und versucht, jeweils den optimalen Zug zu ziehen
- im aktuellen Spielstand werden „in Gedanken“ der Reihe nach alle möglichen Züge ausprobiert
- mehrere mögliche Ergebnisse:
  - egal welchen Zug man spielt, man gewinnt immer
    - Ergebnis: Man wird gewinnen, ein beliebiger Zug ist geeignet
  - egal welchen Zug man spielt, man verliert immer
    - Ergebnis: entsprechend
  - Bei manchen Zügen wird man gewinnen, bei manchen verlieren
    - Ergebnis: man wähle einen Zug, bei dem man gewinnen wird, und verbuche das als „man wird gewinnen“
- Algorithmus sucht der Reihe nach alle Varianten ab, bis er einen Zug gefunden hat, der zum Sieg führen wird
  - anderenfalls nimmt man den Zug „in Gedanken“ zurück, und probiert einen anderen: Backtracking

Wechselseitige Rekursion

- in der Definition der Funktion f wird die Funktion g aufgerufen, und in der Definition von g wird f aufgerufen
  - Konsequenz: Verwendung im Programm textuell vor Definition
    - Python, Java: Reihenfolge der Definitionen irrelevant
    - C, Pascal: Vorwärtsdeklarationen
- Beispiel

```
def gerade(n):
  if n == 0:
      return True
  return ungerade(n-1)

def ungerade(n):
  if n == 0:
      return False
  return gerade(n-1)
```

Allgemeine Rekursion

- Definition der Funktion greift mehrfach auf dieselbe Funktion zurück
- Beispiel: Fibonacci-Funktion
  - Modell zur Populationsentwicklung z.B. bei Kaninchen

$$fib(n) = \begin{cases} 1, & \text{falls } n \leq 1 \\ fib(n-1) + fib(n-2), & \text{sonst.} \end{cases}$$

Endrekursion

- Eine Funktionsdefinition ist **endrekursiv** (*tail recursive*), falls sie die Form hat

$$f(x) = \begin{cases} g(x), & falls\ P(x) \\ f(r(x)), & sonst. \end{cases}$$

- Beispiel:

$$gerade_1(n) = \begin{cases} (n = 0), & \text{falls } n \leq 0 \\ gerade_1(n-2), & \text{sonst.} \end{cases}$$

Endrekursion (2)

- Falls dem rekursiven Aufruf noch eine Berechnung folgt, liegt keine Endrekursion vor:

$$gerade_2(n) = \begin{cases} (n = 0), & \text{falls } n < 1 \\ \neg gerade_2(n-1), & \text{sonst.} \end{cases}$$

- Bei Endrekursion kann der ursprüngliche Aufruf gänzlich ersetzt werden:
  - $\text{gerade}_1(4) = \text{gerade}_1(2) = \text{gerade}_1(0) = (0=0) = \text{True}$
  - aber: $\text{gerade}_2(4) = \neg\text{gerade}_2(3) = \neg\neg\,\text{gerade}_2(2) = \neg\neg\neg\,\text{gerade}_2(1) = \neg\neg\neg\neg\,\text{gerade}_2(0) = \neg\neg\neg\neg\neg\neg\,\text{True} = \ldots = \text{True}$
- Endrekursive Definition kann leicht in iterative Definition übertragen werden
  - In manchen Programmiersprache (z.B. LISP, Scheme) passiert das automatisch

Lineare Rekursion

- Verallgemeinerung der Endrekursion
  - für h(x,y)=y ergibt sich Endrekursion

$$f(x) = \begin{cases} g(x), & falls\ P(x) \\ h(x, f(r(x))), & sonst \end{cases}$$

- f(x) $= h(x, f(r(x)))$
  $= h(x, h(r(x), f(r^2(x))))$
  $= h(x, h(r(x), h(r^2(x), f(r^3(x)))))$
  $= \ldots$

Lineare Rekursion (2)

- im Allgemeinen Berechnung nur durch Stack s möglich
  - Berechnung von $r^n(x)$, Speichern auf Stack, Auslesen in umgekehrter Reihenfolge (LIFO: Last-In-First-Out)

```
while not P(x):
  push(x, s)
  x = r(x)
f = g(x)
while not empty(s):
  x = top(s)
  pop(s)
  f = h(x,f)
```

Lineare Rekursion (3)

- Lineare Rekursion lässt sich u.U. in Endrekursion umformulieren (siehe Gumm, Sommer, S. 168):
  - Beispiel: Fakultät fac(n)=n!

$$fac(n) = \begin{cases} 1, & falls\ n = 0 \\ n \times fac(n-1), & sonst \end{cases}$$

  - Ersetzbar durch fac(n) = facAux(n, 1)

$$facAux(n,a) = \begin{cases} a, & \text{falls } n = 0 \\ facAux(n-1, n \times a), & \text{sonst.} \end{cases}$$

  - zusätzlicher Parameter übernimmt Rolle des *Akkumulators*

Transformation von Fibonacci-Zahlen

- Akkumulatorverfahren u.U. erweiterbar auf allgemeine Rekursion
- Beispiel: fib(n) = fibAux(n,1,1) mit

```
def fibAux(n, acc1, acc2):
    if n == 0:
        return acc1
    return fibAux(n-1, acc2, acc1+acc2)
```

- Iterative Definition: Auflösen der Endrekursion:

```
def fib(n):
    acc1 = acc2 = 1
    while n > 0:
        n, acc1, acc2 = n-1, acc2, acc1+acc2
    return acc1
```